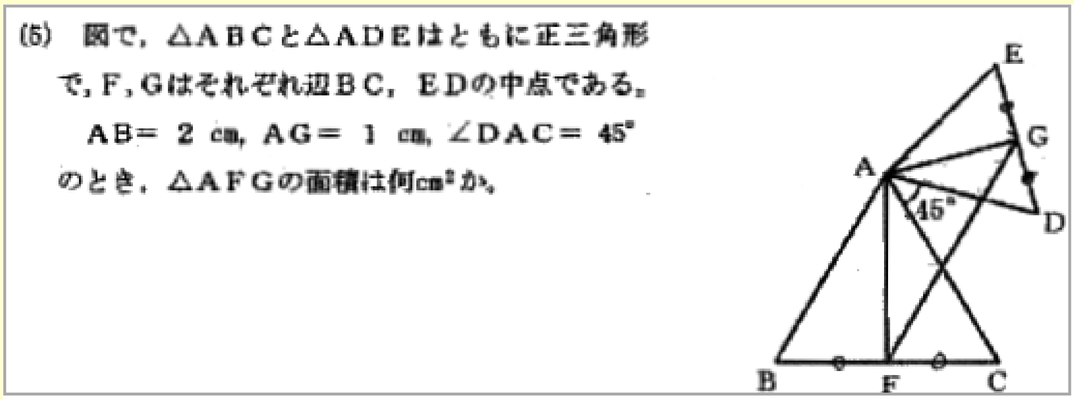
愛知県公立高等学校　平成18年度　Bグループ入試　3(5)のより簡潔な解法

下が、その問題です。



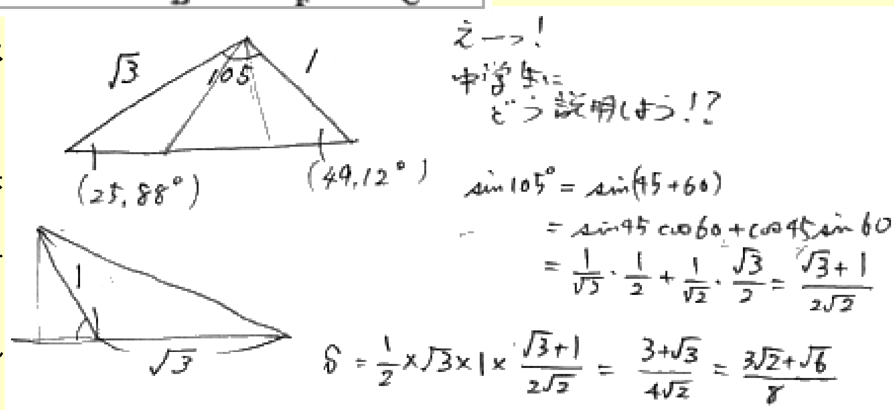
(5)　図で，△ABCと△ADEはともに正三角形で，F，Gはそれぞれ辺BC，EDの中点である。
AB＝ 2 cm，AG＝ 1 cm，∠DAC＝ 45°
のとき，△AFGの面積は何cm²か。

自分は、中学生用の説明ができず、ホームページ上には右のように書いてごまかすことに・・・。

同業者の中で話題になり、このページの掲示板でも何度か登場しました。

（その様子は、「[掲示板の記録]」にもまとめてあります。）

インターネット上の「[難問サイト]」でも紹介される始末。



掲示板の記録「稀代の悪問!?愛知県公立　H18B　グループ3（5）」→ http://www.ma.ccnw.ne.jp/kwc/bbs_qa/bad_q.htm

難問サイト→ http://fujishima.main.jp/mydata/reader_puzzle/chochin01/

2011 年 3 月 13 日、下のようなメールが届きました。発信されたのは、中川　幸一さん。

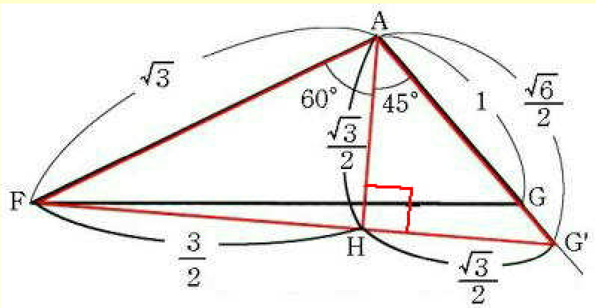
中川さんの運営する掲示板「算数・数学の小部屋」→　http://www3.ezbbs.net/01/k-nakagawa/

中川さんも参加している「日本数楽会」→　http://com.nicovideo.jp/community/co533998

－－

ガジ様初めまして。通りすがりのものです。 愛知県の公立高等学校入試 H18-B-3(5) の問題が難問だと言うことなので，簡単な解法を考えてみました。この問題は結局，AF=√ 3, AG=1, ∠ GAF=105°　の三角形の面積を求める問題となりますが, 以下の様な三角形の面積を求めた上で比を使って求める解法の方が簡潔に思います。

－－



【方針】

容易に面積が求められる三角形(三角定規の三角形を組み合わせたもの)を重ねて描き、面積比から求める。

AG の延長線上に G'、FG'上に H を

∠ FAH ＝ 60°，AH ⊥ FG' となるようにとる。

とても簡潔で、わかりやすい方法です。・・・というわけで、以下に紹介します。

△ AFG' は、30°,60°, 90° の△ AFH と直角二等辺三角形 AHG' を組み合わせたものである。

$$\triangle \mathrm{AFG'} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}+3}{8}$$

AG， AG' を底辺と考えると、△ AFG' : △ AFG ＝ AG' : AG ＝ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$: 1

$$\text{よって、}\quad \triangle \mathrm{AFG} = \triangle \mathrm{AFG'} \times \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{3}+3}{8} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{8}$$